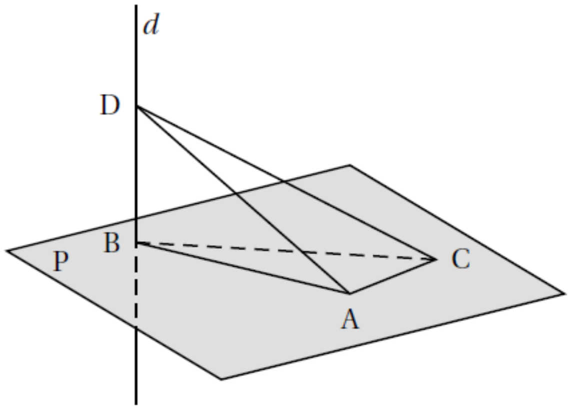

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Dans un plan P, on considère un triangle ABC rectangle en A.
Soit d la droite orthogonale au plan P et passant par le point B.
On considère un point D de cette droite distinct du point B.

1. Montrer que la droite (AC) est orthogonale au plan (BAD).

On appelle *bicoin* un tétraèdre dont les quatre faces sont des triangles rectangles.

2. Montrer que le tétraèdre ABCD est un bicoin.

3. a. Justifier que l'arête [CD] est la plus longue arête du bicoin ABCD.

b. On note I le milieu de l'arête [CD]. Montrer que le point I est équidistant des 4 sommets du bicoin ABCD.

Partie B

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le point A(3 ; 1 ; −5) et la droite d de représentation

paramétrique $\left\{\begin{array}{lcr} x & = & 2t+1 \\ y & = & -2t+9 \\ z & = & t-3 \end{array}\right.$ où $t \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer une équation cartésienne du plan P orthogonal à la droite d et passant par le point A.

2. Montrer que le point d'intersection du plan P et de la droite d est le point B(5 ; 5 ; −1),

3. Justifier que le point C(7 ; 3 ; −9) appartient au plan P puis montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A.

4. Soit t un réel différent de 2 et M le point de paramètre t appartenant à la droite d.

a. Justifier que le triangle ABM est rectangle.

b. Montrer que le triangle ABM est isocèle en B si et seulement si le réel t vérifie l'équation $t^2 - 4t = 0$.

c. En déduire les coordonnées des points M_1 et M_2 de la droite d tels que les triangles rectangles ABM_1 et ABM_2 soient isocèles en B.

Partie C

On donne le point D(9; 1; 1) qui est un des deux points solutions de la question **4. c.** de la partie B.
Les quatre sommets du tétraèdre ABCD sont situés sur une sphère.
En utilisant les résultats des questions des parties A et B précédentes, déterminer les coordonnées du centre de cette sphère et calculer son rayon.