

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer en justifiant si elle est vraie ou fausse.

1) On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n , par : $u_n = n^2 - 42n + 4$

Affirmation 1 : la suite (u_n) est strictement décroissante.

2) Soit a un nombre réel. On considère les suite (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = a \text{ et, pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{1}{3} \sqrt{u_n^2 + 8}$$

$$v_n = u_n^2 - 1 \text{ pour tout entier naturel } n$$

Affirmation 2 : la suite (v_n) est une suite géométrique.

3) On considère la suite (w_n) qui vérifie, pour tout entier naturel n , $n^2 \leq (n+1)^2 w_n \leq n^2 + n$

Affirmation 3 : la suite (w_n) est convergente.

4) On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{2u_n + 1}$

Affirmation 4 : $u_2 = \frac{14}{15}$

5) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = \frac{9}{6 - v_n}$

Pour tout entier naturel n , la suite (w_n) est définie par $w_n = \frac{1}{v_n - 3}$ (on admet que $v_n \neq 3$)

Affirmation 5 : la suite (w_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{3}$