

Début 2018, un gestionnaire de forêt prend en charge une parcelle de 375 arbres. Il sait, par expérience, qu'il faudra couper 8% des arbres par an. C'est pourquoi, il en replantera 70 à chaque fin d'année.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'arbres sur cette parcelle en l'année 2018 +  $n$  ( $u_n$  respecte le plan de développement défini par le gestionnaire). On a  $u_0 = 375$

1) Calculer  $u_1$ .

2) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,92u_n + 70$

3) Recopier et compléter le programme Python ci-contre.

La fonction «suite» permet de calculer la valeur du terme  $u_n$ .

```
def suite(n):  
    u= .....  
    for i in range(n):  
        u= .....  
    return(u)
```

4) a) A l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $u_n < 875$ .

b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est croissante.

c) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente.

5) On définit la suite  $(v_n)$  définie par  $v_n = u_n - 875$

a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,92.

b) Calculer  $v_0$  et en déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .

6) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = -500 \times 0,92^n + 875$

7) Quelle est la limite de la suite  $(u_n)$  ? Interpréter ce résultat pour la gestion de la parcelle.

8) Ecrire un programme permettant de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres aura doublé par rapport à 2018.

Quelle est cette année ?