

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x - 1)e^{2x}$

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

1) a) Quelle est la limite de la fonction f en $+\infty$

b) Justifier que l'axe des abscisses est asymptote à C_f

2) Montrer que, pour tout réel x de \mathbb{R} , on a $f'(x) = 4xe^{2x}$, f' étant la fonction dérivée de la fonction f

3) a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur \mathbb{R} .

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

4) Montrer que pour tout x de $]-\infty; 0]$, $f(x) < 0$

5) a) Justifier qu'il existe un unique nombre α de l'intervalle $[0; +\infty[$ tel que $f(\alpha) = 0$

b) Déterminer la valeur de α .

6) Démontrer que $f''(x) = 4e^{2x}(1 + 2x)$

7) a) Étudier la convexité de f sur \mathbb{R} .

b) Que peut-on dire du point A de coordonnées $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{2}{e}\right)$

8) Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point A.